

Tìm các hệ số thực A, B, C, D, E, F, G sao cho

$$\frac{4x^4 + 3x^3 + 2x + 9}{(x-3)(x^2+1)^2(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} + \frac{F(x-2)+G}{(x-2)^2+3^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad (1) - \text{Tìm}$$

A : Nhân 2 vế (1) với $(x-3)$

$$\frac{4x^4 + 3x^3 + 2x + 9}{(x^2+1)^2(x^2-4x+13)} = A + \left(\frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} + \frac{F(x-2)+G}{(x-2)^2+3^2} \right) (x-3), \quad \forall x \quad (2)$$

Thay $x=3$ ta được $A = \frac{21}{50}$.

-Tìm F, G : Nhân 2 vế (1) với $x^2-4x+13$

$$\frac{4x^4 + 3x^3 + 2x + 9}{(x-3)(x^2+1)^2} = (x^2-4x+13) \left(\frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \right) + F(x-2)+G, \quad (3)$$

Thay

$x=2+3i$: Vào Casio Fx-570VN Plus, Mode 2, nhập vế trái bấm CALC,

$X=2+3i$, cho kết quả, cân bằng 2 vế

$$-\frac{379}{800} - \frac{561}{400}i = G + 3iF \Rightarrow G = -\frac{379}{800}, F = -\frac{187}{400}$$

-Tìm D, E : Nhân 2 vế (1) với $(x^2+1)^2$

$$\frac{4x^4 + 3x^3 + 2x + 9}{(x-3)(x^2-4x+13)} = \left(\frac{A}{x-3} + \frac{F(x-2)+G}{(x-2)^2+3^2} \right) (x^2+1)^2 + (Bx+C)(x^2+1) + Dx + E,$$

Nhập vế trái CALC $X=i$, cân bằng 2 vế

$$-\frac{11}{40} - \frac{7}{40}i = Di + E \Rightarrow D = -\frac{7}{40}, E = -\frac{11}{40}$$

-Tìm B, C : Chuyển phần đã biết từ phải qua trái. Thay $X=2i$ vào 2 vế (thay vào vế trái phải tính 2 lần lưu vào 2 số), cân bằng,

$$B = \frac{19}{400}, C = \frac{119}{800}$$