

*Tên luận án:*

# **Tích chập suy rộng liên quan đến các phép biến đổi tích phân Laplace, Fourier và ứng dụng**

Lê Xuân Huy

## **1. Mục đích**

Mục đích của luận án là xây dựng và nghiên cứu một số tích chập suy rộng liên quan đến các phép biến đổi tích phân Laplace, Fourier trong các không gian hàm. Thiết lập và nghiên cứu các phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng từ các tích chập suy rộng mới nhận được. Ứng dụng các kết quả nhận được vào việc giải một lớp các phương trình tích phân, hệ phương trình tích phân, phương trình vi-tích phân.

## **2. Kết quả của luận án**

- Xây dựng và nghiên cứu bốn tích chập suy rộng liên quan đến nhóm phép biến đổi tích phân Fourier cosine, Fourier sine và Laplace. Chứng minh các tính chất cơ bản của các tích chập suy rộng này trong không gian  $L_p(\mathbb{R}_+)$  và  $L_r^{\alpha,\beta}(\mathbb{R}_+)$ , như các đẳng thức nhân tử hóa, đẳng thức kiểu Parseval, Định lý kiểu Titchmarsh và các bất đẳng thức chuẩn đối với tích chập suy rộng tương ứng. Tìm được mối liên hệ giữa các tích chập đang nghiên cứu với một số tích chập quan trọng đã biết. Các bất đẳng thức kiểu Young trong không gian hàm  $L_p(\mathbb{R}_+)$  và bất đẳng thức kiểu Saitoh trong không gian hàm  $L_p(\mathbb{R}_+, \rho)$  đối với tích chập suy rộng Fourier cosine-Laplace với hàm trọng cũng được thiết lập và chứng minh.

- Nghiên cứu phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Fourier cosine-Laplace  $T_k$ , phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Fourier cosine-Fourier sine-Laplace với hàm trọng  $T_{k_1,k_2}$ . Nhận được Định lý kiểu Watson về điều kiện cần và đủ để các phép biến đổi tích phân đang nghiên cứu là unita trong  $L_2(\mathbb{R}_+)$ , điều kiện đủ để tồn tại biến đổi ngược trong  $L_2(\mathbb{R}_+)$  và chỉ ra toán tử ngược trong các trường hợp tương ứng. Định lý kiểu Plancherel về sự tồn tại một dãy hàm hội tụ theo chuẩn trong  $L_2(\mathbb{R}_+)$  về toán tử tích phân đối với phép biến đổi  $T_{k_1,k_2}$  cũng được thiết lập và chứng minh.

- Ứng dụng việc nghiên cứu các tích chập suy rộng Fourier-Laplace, các phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Fourier-Laplace để giải một lớp phương trình tích phân, hệ phương trình tích phân và phương trình vi-tích phân cho nghiệm dưới dạng đóng.

## **3. Ý nghĩa của luận án**

Các tích chập suy rộng liên quan đến biến đổi Laplace, các phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Laplace, và một số bất đẳng thức đối với các tích chập suy rộng tương ứng lần đầu tiên được đề cập và nghiên cứu trong luận án. Các kết quả này có ý nghĩa khoa học và góp phần làm phong phú hơn về lý thuyết phép biến đổi tích phân, tích chập cũng như bất đẳng thức đối với tích chập. Từ đó, đưa ra cách tiếp cận mới và các phương pháp giải phương trình tích phân và phương trình vi-tích phân. Hơn nữa, một số ý tưởng và phương pháp được sử dụng trong luận án có thể dùng để nghiên cứu các tích chập suy rộng liên quan đến các phép biến đổi tích phân khác.

#### **4. Công trình đã công bố của luận án**

Nội dung chính của luận án dựa trên 4 công trình đã công bố, gồm 3 công trình trên các tạp chí Toán học Quốc tế và 1 công trình trên tạp chí Toán học Quốc gia, cụ thể như sau:

1. Nguyen Xuan Thao, Vu Kim Tuan, Le Xuan Huy and Nguyen Thanh Hong (2015), On the Fourier–Laplace convolution transforms, *Integral Transforms and Special Functions*, Vol.26 (4), pp.303-313.
2. Nguyen Xuan Thao, Trinh Tuan and Le Xuan Huy (2014), The generalized convolutions with a weight function for Laplace transform, *Nonlinear Functional Analysis and Applications*, Vol.19, No.1, pp.61–77.
3. Nguyen Xuan Thao, Trinh Tuan and Le Xuan Huy (2013), The Fourier-Laplace generalized convolutions and applications to integral equations, *Vietnam Journal of Mathematics*, Vol.41, pp.451-464.
4. Le Xuan Huy and Nguyen Xuan Thao (2014), On the Laplace generalized convolution transform, *Annales Univ. Sci. Budapest. Sect. Comp.*, Vol.43, pp.303–316.